CIRCUITI RC IN REGIME SIMUSOIDALE

Lo studio dei circuiti *RC* in regime sinusoidale riveste particolare importanza, poiché essi costituiscono i più semplici esempi di filtri passa-basso e passa-alto. Inoltre la conoscenza del comportamento dei circuiti *RC* sottoposti a segnali di ampiezza costante e frequenza variabile da zero a infinito, facilita enormemente lo studio degli amplificatori RC, consentendo di afferrare subito il concetto di *banda passante* e le cause delle limitazioni nella risposta alle basse e alle alte frequenze.

Circuiti RC in regime sinusoidale

Consideriamo ora il comportamento dei circuiti costituiti da resistenze e capacità, quando all'ingresso venga posta una tensione sinusoidale di frequenza variabile e troviamo la tensione corrispondente d'uscita. Quest'ultima sarà anch'essa di forma sinusoidale, ma la sua ampiezza e la sua fase dipenderanno dai parametri del circuito e dal valore della frequenza.
Procediamo mantenendo costante l'ampiezza della tensione d'ingresso e facciamo variare la sua frequenza da zero a infinito. Per ogni valore della frequenza si determina l'ampiezza della tensione d'uscita e la sua fase, riferita alla tensione d'ingresso. Infine si costruiscono per punti le due curve *ampiezza-frequenza* e *fase-frequenza*, nonché il *diagramma polare* che dà con ogni suo punto, quotato in frequenza, contemporaneamente l'ampiezza e la fase della tensione d'uscita.

Circuito RC, filtro passa basso

Prendiamo in esame il comportamento del circuito mostrato in fig. 1; esso costituisce il tipico esempio di *filtro passa-basso.*

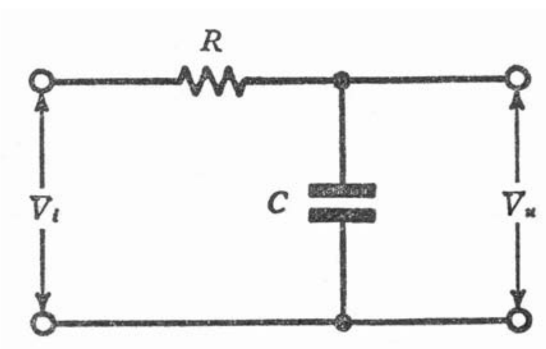

Fig. 1 – Filtro RC passa basso

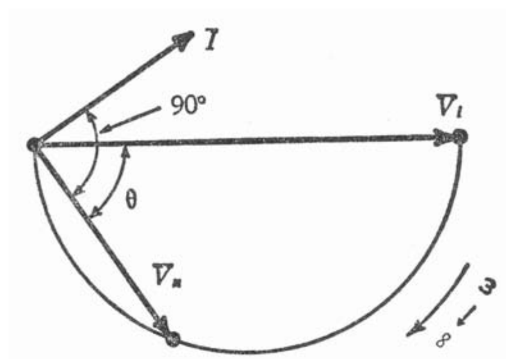

Fig. 2 – Diagramma polare relativo al filtro RC passa basso

La corrente $\bar{I}$ per una frequenza generica è:

$$\bar{I} = \frac{\overline{V_i}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \qquad (1)$$

E la tensione di uscita:

$$\overline{V_u} = \bar{I}\,\frac{1}{j\omega C} \qquad (2)$$

Che con la (1) diventa:

$$\overline{V_u} = \frac{\overline{V_i}}{1 + j\omega C} \qquad (3)$$

L'espressione (3) che lega la tensione d'ingresso con quella di uscita è del tipo vettoriale; si ha per il modulo e la fase:

$$V_u = \frac{V_i}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \qquad (4)$$

$$\phi = -\arctan(\omega RC) \qquad (5)$$

In fig. 2 è riportato il diagramma polare relativo al circuito in esame. La sua costruzione è fatta come segue: si mette sull'asse reale positivo il vettore $\overline{V_i}$, quindi si disegna il vettore che rappresenta la corrente $\overline{I}$ per una frequenza generica e in relazione ad essa si porta a 90° in ritardo la tensione $\overline{V_u}$. Si può dimostrare come al variare della frequenza da zero a infinito, l'estremo del vettore $\overline{V_u}$, si muova su di un semicerchio avente come diametro $\overline{V_i}$ e passi dal valore massimo $\overline{V_u} = \overline{V_i}$ e sfasamento $\phi = 0$ per frequenza zero, al valore $\overline{V_u} = 0$ e sfasamento $\phi = 90°$ per frequenza infinita. I1 semicerchio così costruito costituisce il *diagramma* polare del filtro passa-basso e ogni suo punto che si ha per una frequenza ben definita, dà contemporaneamente ampiezza e fase di $\overline{V_u}$. In pratica si preferisce ricavare, dalle (4) e (5) due diagrammi separati, uno per l'ampiezza e uno per la fase.

Curva di risposta del filtro passa basso

La tensione d'uscita V_u, come si è visto, diminuisce all'aumentare della frequenza; ciò è evidente considerando che la reattanza capacitiva diminuisce e quindi la maggior parte della tensione d'ingresso V_i , d'ampiezza costante, cade sulla resistenza R.

Il circuito si comporta perciò come un *partitove* o *attenuatoue selettivo;* ad esso, poiché l'attenuazione è molto piccola alle basse frequenze, si dà il nome di *filtro passa-basso.* I1 significato è semplice: il filtro fa passare (cioè si ritrova in uscita) quasi tutta l'ampiezza del segnale d'ingresso alle basse frequenze, mentre dà, in uscita, una tensione che decresce rapidamente a zero all'aumentare della frequenza.

Definiamo come *rapporto* di *trasferimento* (o *attenuazione)* del filtro passa-basso i1 rapporto tra i moduli della tensione d'uscita e di quella d'ingresso:

$$a = \frac{V_u}{V_i} \qquad (6)$$

Nel nostro caso con la (4) si ha:

$$a = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \qquad (7)$$

Il valore della frequenza per cui $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ prende il nome di *frequenza di taglio* ed è quella frequenza per cui la tensione di uscita vale 0,707 del valore della tensione d'ingresso.

In corrispondenza di f_t la (5) fornisce $\phi = 45°$, cioè lo sfasamento tra ingresso e uscita alla frequenza di taglio è di 45°, con l'uscita in ritardo.

Con le (8) e (5) assegnando alla frequenza diversi valori si possono tracciare per punti le curve *ampiezza-frequenza* e *fase-frequenza* del filtro in esame.
È però più utile tracciare due curve universali, cioè valevoli per qualunque filtro passa-basso RC, indipendentemente dai valori dei componenti.

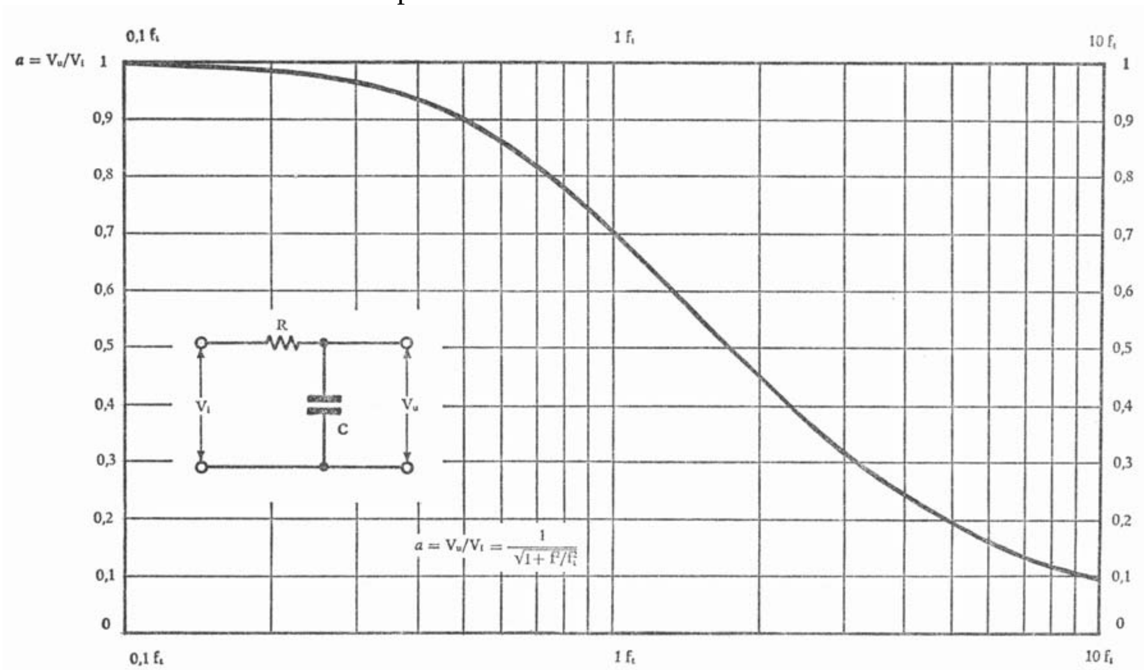

Fig 3 – Curva universale di risposta del filtro passa-basso ampiezza-frequenza

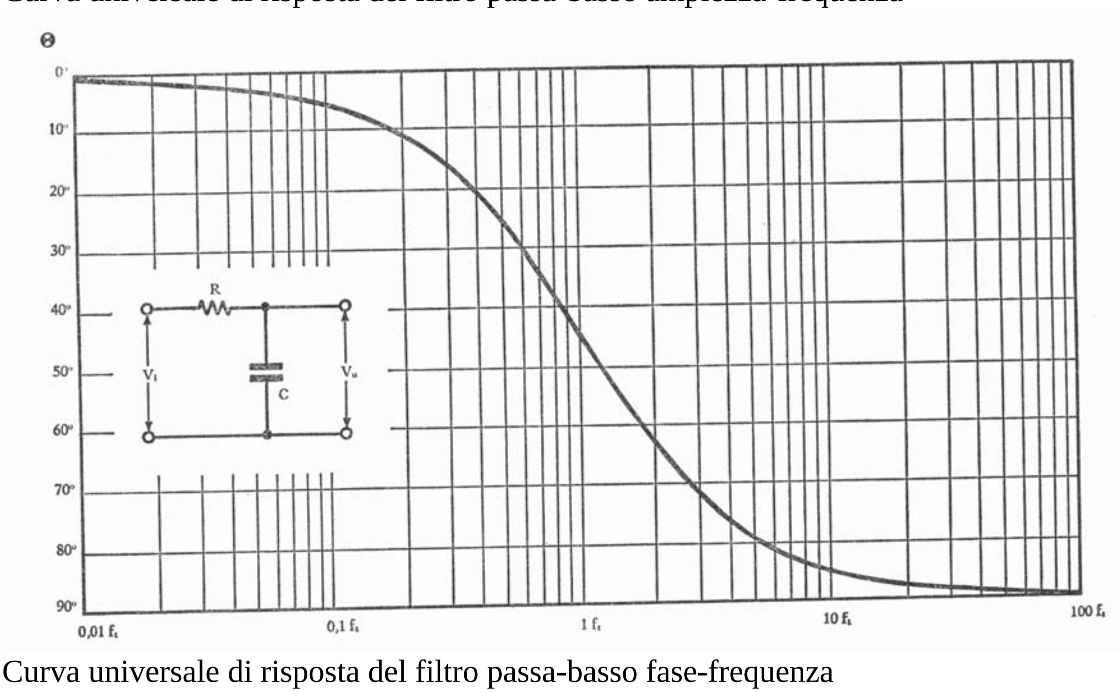

Fig 4 – Curva universale di risposta del filtro passa-basso fase-frequenza

Circuito RC, filtro passa-alto

Prendiamo in esame il comportamento del circuito mostrato in fig.6; esso costituisce un esempio tipico di *filtro passa-alto.*

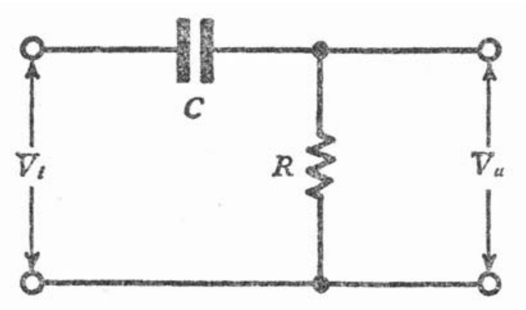

Fig. 6 – Filtro passa-alto

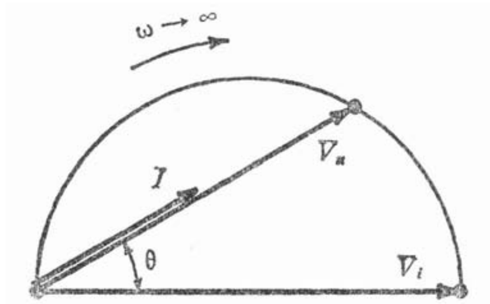

Fig. 7 – Diagramma polare del filtro passa-alto

Troviamo la corrente $\bar{I}$:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V_i}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \qquad (12)$$

E la tensione di uscita:

$$\bar{V_u} = R\bar{I} \qquad (13)$$

Che con la (12) diventa:

$$\bar{V_u} = R\frac{\bar{V_i}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\bar{V_i}}{1 + \frac{1}{j\omega RC}} \qquad (14)$$

Si ottiene dalla (14) in modulo e fase:

$$V_u = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \qquad (15)$$

$$\phi = \arctan\frac{1}{\omega RC} \qquad (16)$$

Analogamente a quanto fatto per il filtro passa-basso, tracciamo in fig. **7** il diagramma polare che è simile a quello precedente, però si trova tutto nel semipiano positivo: $\bar{V_u}$ è sempre in anticipo su $\bar{V_i}$ e l'estremo del vettore si muove per *f* che va da zero a infinito dalla posizione $V_u = 0$ e $\phi = 90°$ a quella $V_u = V_i$ e $\phi = 0$.

Si ha ancora per la *funzione* di *trasferimento o attenuazione*:

$$a = \frac{V_u}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \qquad (17)$$

Analogamente al filtro precedente si possono tracciare le curve di risposta universali dell'attenuazione e della fase per il filtro passa-alto; queste curve sono riportate nelle figg. 8 e 9.
Dalla curva dell'attenuazione si vede come sia giustificato il nome di filtro passa-alto; infatti per basse frequenze la tensione d'uscita tende a zero, poiché scorre una corrente modestissima e quasi tutta la tensione d'ingresso si localizza ai capi del condensatore. Al crescere della frequenza la reattanza offerta dal condensatore diminuisce; la corrente e la caduta sulla resistenza aumentano fino a che per $f = \infty$ è $V_u = V_i$ e il condensatore può considerarsi un cortocircuito.

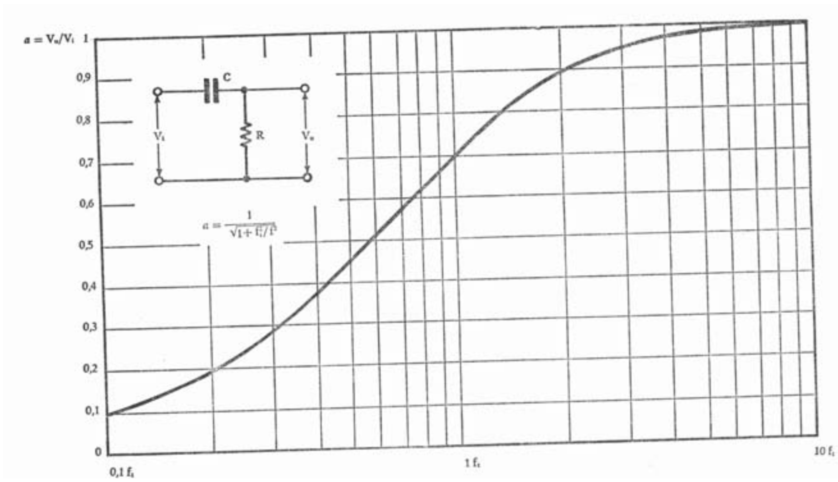

Fig. 8 - Curva universale di risposta del filtro passa-alto ampiezza-frequenza

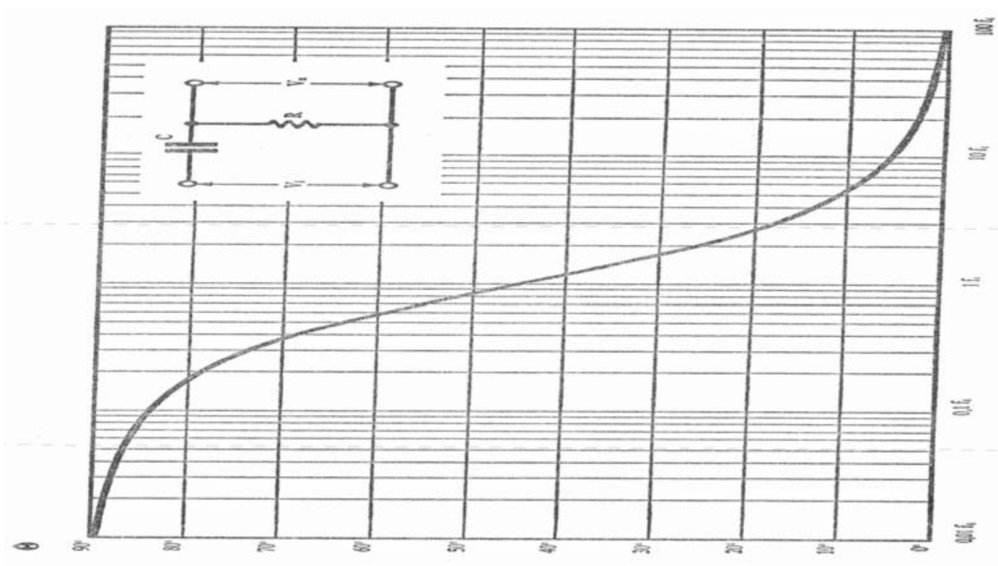

Fig 9 – Curva universale di risposta del filtro passa-alto fase-frequenza